Integrale der Form $\int \frac{p(x)}{ax^2+bx+c}dx$, wobei p eine ganzrationale Funktion von beliebigem Grad n ist, kann man zunächst durch Polynomdivision und Kürzen auf die Form

$$\int \left(q(x) + \frac{mx+t}{x^2+px+q}\right)dx$$

bringen, wobei q eine ganzrationale Funktion vom Grad n-2 ist. Diese Funktion kann man einfach aufleiten. Außerdem kann man im Nenner quadratisch ergänzen und erhält dann

$$Q(x) + \int \frac{mx+t}{\left(x+\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + q}dx$$

Substituiere dann $u = x + \frac{p}{2}$:

$$Q(x) + \int \frac{mu - \frac{mp}{2} + t}{u^2 - \frac{p^2}{4} + q}du$$

und teile das Integral auf,

$$Q(x) + \frac{m}{2}\int \frac{2u}{u^2 - \frac{p^2}{4} + q}du + \left(t - \frac{mp}{2}\right)\int \frac{1}{u^2 - \frac{p^2}{4} + q}du$$

Im ersten Integral ist nun der Zähler die Ableitung des Nenners, im zweiten muss man drei Fälle unterscheiden, erhält aber jedes Mal ein Standardintegral (siehe Formelsammlung):

$-\frac{p^2}{4} + q > 0$:

$$Q(x) + \frac{m}{2}\ln\left(u^2 - \frac{p^2}{4} + q\right) + \frac{t - \frac{mp}{2}}{\sqrt{q - \frac{p^2}{4}}}\arctan\left(\frac{u}{\sqrt{q - \frac{p^2}{4}}}\right) + C$$

$$= Q(x) + \frac{m}{2}\ln|x^2 + px + q| + \frac{t - \frac{mp}{2}}{\sqrt{q - \frac{p^2}{4}}}\arctan\left(\frac{x + \frac{p}{2}}{\sqrt{q - \frac{p^2}{4}}}\right) + C$$

$-\frac{p^2}{4} + q < 0$:

$$Q(x) + \frac{m}{2}\ln\left|u^2 - \frac{p^2}{4} + q\right| + \frac{t - \frac{mp}{2}}{2\sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}\ln\left|\frac{u - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}{u + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}\right| + C$$

$$= Q(x) + \frac{m}{2}\ln|x^2 + px + q| + \frac{t - \frac{mp}{2}}{\sqrt{p^2 - 4q}}\ln\left|\frac{x + \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}{x + \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}\right| + C$$

$-\frac{p^2}{4} + q = 0$:

$$Q(x) + \frac{m}{2}\ln u^2 - \frac{t - \frac{mp}{2}}{u} + C = Q(x) + m\ln\left|x + \frac{p}{2}\right| + \frac{\frac{mp}{2} - t}{x + \frac{p}{2}} + C$$