Was „erzeugen“ Linearkombinationen von Vektoren?

Bereits bekannt ist:

1. Bildet man alle Linearkombinationen aus einem Vektor $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$, also

$$\lambda\vec{a}$$

mit einer beliebigen Zahl λ, so ergibt sich eine

2. Bildet man alle Linearkombinationen aus zwei (nicht kollinearen) Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$, also

$$\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$$

mit beliebigen Zahlen λ, μ, so ergibt sich eine

Nun sollen auch andere Linearkombinationen untersucht werden.

1) Was ergibt sich, wenn man alle Linearkombinationen

$$\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$$

aus zwei **kollinearen** Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ bildet? (Skizze!)

2) Was ergibt sich, wenn man alle Linearkombinationen

$$\lambda\vec{a} + \mu\vec{b} + \nu\vec{c}$$

aus drei **kollinearen** Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bildet?

3) Was ergibt sich, wenn man alle Linearkombinationen

$$\lambda\vec{a} + \mu\vec{b} + \nu\vec{c}$$

aus drei **nicht kollinearen**, aber **komplanaren** Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bildet? (Skizze!)

4) Was ergibt sich, wenn man alle Linearkombinationen

$$\lambda\vec{a} + \mu\vec{b} + \nu\vec{c}$$

aus drei **nicht komplanaren** Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bildet?

5) Wir betrachten nun zur Vereinfachung nur noch Vektoren aus dem $\mathbb{R}^2$. Wie ändern sich dann die obigen Ergebnisse?

6) Versuchen Sie, den Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ zu schreiben. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

7) Versuchen Sie, den Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ zu schreiben. Wie viele Möglichkeiten gibt es?