Berechnung der Tangentensteigung

Ziel: m_t bestimmen, ohne die Tangente zu zeichnen, also ohne einen zweiten Punkt auf der Tangente zu kennen

Rückt der Punkt B immer näher an den Punkt A heran, so ähnelt die Sekante durch A und B immer mehr der Tangente in A.

Die Tangentensteigung ist der   der Sekantensteigung!

Steigung einer Sekante durch $A(x_0|f(x_0))$ und $B(x|f(x))$:

$$m_s = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\qquad}{\qquad} = \frac{\Delta f}{\Delta x}$$ „Differenzenquotient“

➔ Steigung der Tangente: $\boxed{m_t = \qquad \frac{\qquad}{\qquad}}$

Die Differenzen Δf und Δx werden dann also „unendlich klein“; man spricht von Differenzialen df und dx. ➔ $m_t = \frac{df}{dx}$ „Differenzialquotient“

Beispiele:

1) $f(x) = x^2$; $x_0 = 1$

$m_t = \qquad \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad \frac{\qquad}{\qquad}$

$= \qquad\qquad =$

2) $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 4$; $x_0 = -1$

$m_t = \qquad \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad \frac{\qquad}{\qquad}$

$= \qquad \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad\qquad =$

NR:

h-Methode:

h ist der Abstand von x zu x_0: $h = x - x0$ ➔ $x = x_0 + h$, $\lim\limits_{x \to x_0} = \lim\limits_{h \to 0}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m_t = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}}$$

1) $f(x) = x^2$; $x_0 = 1$

$$m_t = \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad}{h} = \lim_{h \to 0} \qquad\qquad =$$

2) $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 4$; $x_0 = -1$

$$m_t = \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad\qquad}{h} = \lim_{h \to 0} \qquad\qquad =$$

Die Tangentensteigung an der Stelle x_0 nennt man die <u>Ableitung</u> der Funktion f bei x_0 und schreibt dafür $f'(x_0)$ („f Strich von x Null“), also:

$$\boxed{m_t = f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{df}{dx} = \text{lokale Änderungsrate}} \quad \textit{(FS)}$$

Beachte: Für die Ableitung (= momentane Änderungsrate) einer Funktion s(t), die von der Zeit t abhängt, schreibt man stattdessen meist $\dot{s}(t_0)$ („s Punkt von t Null“) bzw. $\frac{ds}{dt}$.