

Ganzrationale Funktionsterme aufstellen – einfache Spezialfälle

1) Lineare Funktionen:

a. Punktsteigungsform

$y = m(x - x_0) + y_0$ mit $m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$, wenn zwei beliebige Punkte $P_0(x_0|y_0), P_1(x_1|y_1)$ bekannt sind

b. Achsenabschnittsform

$\frac{x}{x_0} + \frac{y}{t} = 1$, wenn die Schnittstellen x_0, t mit x- und y-Achse bekannt sind

2) Quadratische Funktionen:

a. Scheitelform

$y = a(x - x_S)^2 + y_S$ mit $a = \frac{y_1 - y_S}{(x_1 - x_S)^2}$, wenn der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ und ein beliebiger anderer Punkt $P_1(x_1|y_1)$ bekannt sind

b. Linearfaktorform

$y = a(x - x_1)(x - x_2)$ mit $a = \frac{y_P}{(x_P - x_1)(x_P - x_2)}$, wenn die Nullstellen x_1, x_2 und ein beliebiger anderer Punkt $P(x_P|y_P)$ bekannt sind

3) Kubische Funktionen:

a. Wendepunktform

$y = a(x - x_W)^3 + m_W(x - x_W) + y_W$, wenn der Wendepunkt $W(x_W|y_W)$ bekannt ist

i. Wenn es zwei Extrempunkte gibt und mindestens einer davon bekannt ist, $E(x_E|y_E)$:

$$a = -\frac{1}{2} \frac{y_1 - y_W}{(x_1 - x_W)^3}, \quad m = \frac{3}{2} \frac{y_1 - y_W}{x_1 - x_W}$$

ii. Wenn es nur einen Terrassenpunkt gibt, $T(x_T|y_T)$:

$$a = \frac{y_1 - y_T}{(x_1 - x_T)^3}, \quad m = 0$$

iii. Wenn es keinen Punkt mit waagrechter Tangente gibt, man aber zwei Punkte finden kann, wobei der x-Abstand des zweiten Punkts zum Wendepunkt doppelt so groß ist wie der x-Abstand des ersten Punkts zum Wendepunkt, $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$ mit $x_2 - x_W = 2(x_1 - x_W)$:

$$a = \frac{(y_2 - y_W) - 2(y_1 - y_W)}{6(x_1 - x_W)^3}, \quad m = \frac{(y_2 - y_W) - 8(y_1 - y_W)}{-6(x_1 - x_W)}$$

(klappt auch in den Fällen i und ii, ist dann aber natürlich zu umständlich)

b. Linearfaktorform (ähnlich wie bei quadratischen Funktionen, nur entsprechend eben mit drei einfachen oder einer doppelten und einer einfachen Nullstelle)

4) Funktionen höheren Grades: Linearfaktorform (wieder ähnlich wie bei quadratischen Funktionen; nur, wenn alle Nullstellen mit Vielfachheiten bekannt sind und zusätzlich ein weiterer Punkt!)

(Nr. 1a und 2 sollte man größtenteils sowieso schon kennen (siehe Merkhilfe!), der Rest stammt von mir; für alle anderen Fälle, also Funktionen dritten Grades ohne Waagrechtspunkte und Funktionen höheren Grades kenne ich keine Formeln außer der Linearfaktorform.)